

فصل دوم

الکتروسیسته ساکن

اصل پایستگی بار

بار الکتریکی نه به وجود می آید و نه از بین می رود و تنها از جسمی به جسم دیگر منتقل می شود، بنابراین مجموع بارهای الکتریکی که بین دو جسم مبادله می شود همواره صفر است.
ثابت بودن بار الکتریکی کل در فرآیند مالش دو جسم و یا پدیده های دیگر را «پایستگی بار الکتریکی» می نامیم.

کواتومی (گسسته) بودن بار

بار الکتریکی مبادله شده بین اجسام مضرب درستی از یک مقدار پایه است که این مقدار پایه کوچک ترین بار مستقلى است که می تواند وجود داشته باشد و برابر بار یک الکترون یا پروتون است که آن را با e نشان می دهیم و مقدار آن برابر $1/6 \times 10^{-19}$ کولن است.
بنابراین اگر n الکترون از جسم A به جسم B انتقال یابد، بار الکتریکی جسم A $q_A = +ne$ و بار الکتریکی جسم B $q_B = -ne$ خواهد بود:

$$e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad q = \pm ne \quad \leftarrow \text{بار الکتریکی}$$

↓
کوانتوم بار

نکته: تمامی اجسام در حالت عادی تعداد الکترون و پروتون های برابری دارند. به همین خاطر است که می گوییم در حالت عادی بار الکتریکی یک جسم خنثی است. به طور مثال وقتی جسمی تعدادی الکترون می گیرد بار آن منفی و وقتی تعدادی الکترون از دست می دهد بار آن مثبت می شود.

روش های باردار کردن اجسام

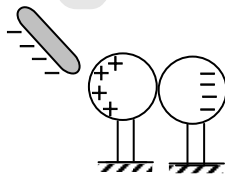
اجسام را به سه روش؛ مالش، القای الکتریکی و تماس مستقیم می توان باردار کرد که در زیر، مختصر به توضیح آنها پرداخته ایم.

مالش:

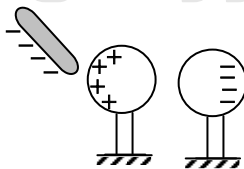
اگر دو جسم نارسانا را به هم مالش دهیم، تعدادی از الکترون های یکی به دیگری منتقل می شود و دو جسم دارای بار الکتریکی می شوند. به طور مثال اگر میله ای شیشه ای را با پارچه ای پشمی مالش دهیم، میله دارای بار مثبت و پارچه دارای بار منفی خواهد شد و اگر میله ی پلاستیکی را با پارچه ی پشمی مالش دهیم، میله ی پلاستیکی دارای بار منفی و پارچه ی پشمی دارای بار مثبت خواهد شد.

القای الکتریکی:

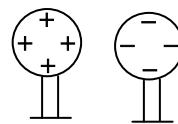
این روش تنها برای باردار کردن اجسام رسانا است. در این روش مطابق شکل، دو کره ی فلزی A و B روی دو پایه ی عایق قرار دارند و میله ی باردار را به یکی از کره ها نزدیک می کنیم. به طور مثال اگر بار میله منفی باشد الکترون ها توسط این میله به کره ی دیگر دفع می شوند. سپس دو کره را از هم جدا می کنیم. با برداشتن میله ی باردار، بارها در سطح خارجی کره به طور یکنواخت پخش می شوند و اصطلاحاً گفته می شود که کره های A و B به روش القا باردار شده اند.
توجه کنید که اگر بار میله مثبت می بود عکس این مطلب رخ می داد.



(الف)

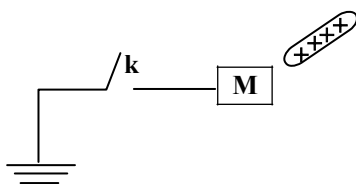


(ب)



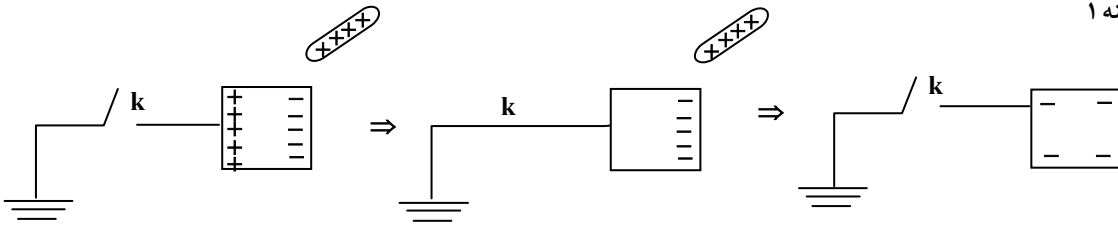
(پ)

مثال: جسمی با بار الکتریکی مثبت را در مجاورت جسم رسانای M قرار می دهیم. کلید K را می بندیم و پس از چند لحظه کلید را باز می کنیم.



در این حالت جسم رسانای M :

- (۱) بار الکتریکی منفی پیدا می کند.
- (۲) بار الکتریکی مثبت پیدا می کند.
- (۳) بستگی به بار اولیه M دارد.
- (۴) خنثی می ماند.

**تماس مستقیم:**

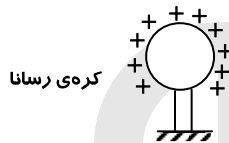
به طور مثال اگر یک جسم فلزی دارای بار منفی را به جسم بدون باری تماس دهیم، بعضی از الکترون‌های جسم باردار به دیگری منتقل می‌شود و هر دو جسم دارای بار منفی می‌شوند، یا اگر بار اولیه مثبت باشد، برخی از الکترون‌های جسم بدون بار به جسم باردار منتقل شده و هر دو دارای بار مثبت می‌شوند.

توزیع بار الکتریکی در یک جسم

جسم نارسانا: وقتی به یک جسم نارسانا بار الکتریکی داده می‌شود، بار در محل داده شده به جسم باقی می‌ماند و در جسم جابه‌جا نمی‌شود.



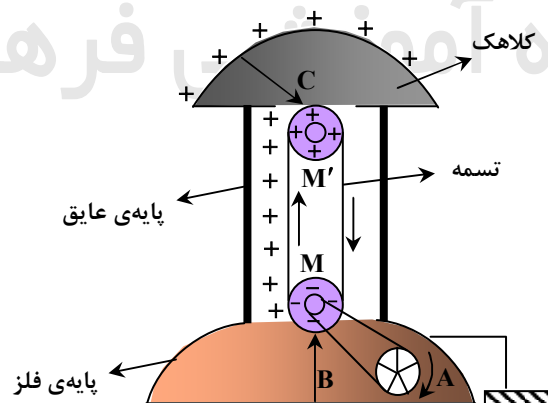
جسم رسانا: برخلاف جسم نارسانا وقتی به یک جسم رسانا بار الکتریکی داده می‌شود، بار الکتریکی در محل داده شده ساکن نمی‌ماند، بلکه جابه‌جا شده و در سطح خارجی آن جسم توزیع می‌شود.

**بیشتر بدانید****مولد وان دوگراف**

دستگاهی است که بار الکتریکی روی کلاهک فلزی آن انباشته می‌شود. اگر یک جسم رسانا به کلاهک آن تماس داده شود دارای بار الکتریکی می‌شود.

این دستگاه شامل یک کلاهک فلزی، دو غلتک یکی از جنس پلی‌تن (M) و دیگری از جنس پرسپیکس (M') و یک شاخه‌ی فلزی و تسمه است. غلتک M در اثر مالش تسمه دارای بار منفی و غلتک M' دارای بار مثبت می‌شود. مطابق شکل وقتی دستگاه کار می‌کند، کلاهک دارای بار مثبت می‌شود.

دقت کنید که اگر جای غلتک‌ها را عوض کنیم، با کار کردن دستگاه، کلاهک دارای بار منفی می‌شود.

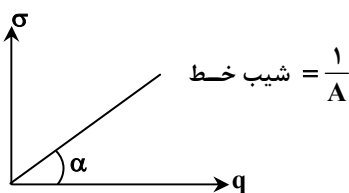


چگالی سطحی

بار الکتریکی موجود در واحد سطح خارجی جسم رسانا را «چگالی سطحی بار الکتریکی» می‌نامیم.

کمیتی نرده‌ای و فرعی است و یکای آن در SI بر حسب کولن بر متر مربع $(\frac{C}{m^2})$ است.

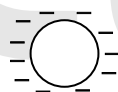
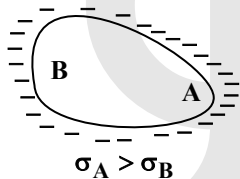
کولن (C)
 \uparrow
 $\sigma = \frac{q}{A}$
 $\left(\frac{C}{m^2}\right)$ ← چگالی سطحی بار $(\frac{C}{m^2})$
 \downarrow
 متر مربع (m^2)



نکته: اگر کره‌ای به شعاع r_1 دارای بار q_1 و کره‌ی دیگری به شعاع r_2 دارای بار q_2 باشد می‌توان نوشت:
 (A) سطح کره:

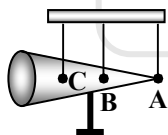
$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\frac{q_2}{A_2}}{\frac{q_1}{A_1}} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{q_2}{q_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

نکته: در جسمی مانند کره که سطح خارجی آن متقارن است، چگالی سطحی بار در همه جای آن یکسان است، اما در جسم‌هایی که سطح خارجی نامتقارن دارند، چگالی سطحی بار در نقاط نوک‌تیز از سایر مکان‌های دیگر جسم بیش‌تر است، یعنی فاصله‌ی بارهای داده شده به جسم در مکان‌های نوک‌تیز، کم‌تر از فاصله‌ی آنها در مکان‌های پهن است. شکل مقابل به صورت طرح‌وار توزیع بار را در سطح اجسام رسانا نشان می‌دهد.



در کلیه‌ی سطوح کره، چگالی یکسان است.

مثال: مخروط فلزی بدون باری مطابق شکل روبه‌رو، روی پایه‌ی عایقی قرار دارد. آونگ‌های الکتریکی A، B و C در اطراف مخروط فلزی و در تماس با آن قرار دارند. با اتصال وان دو گراف به مخروط بیش‌ترین و کم‌ترین انحراف به ترتیب از راست به چپ مربوط به کدام آونگ است؟



- (۱) B و A
- (۲) C و B
- (۳) A و C
- (۴) C و A

پاسخ: گزینه ۴

قانون کولن

بزرگی نیروی الکترواستاتیکی بین ۲ بار نقطه‌ای ساکن با حاصل ضرب اندازه‌ی بارها رابطه‌ی مستقیم و با مجذور فاصله‌ی بین آنها رابطه‌ی عکس دارد.

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$$

\uparrow (C) بار
 \downarrow نیرو (N)
 \downarrow مجذور فاصله‌ی دو بار (m^2)

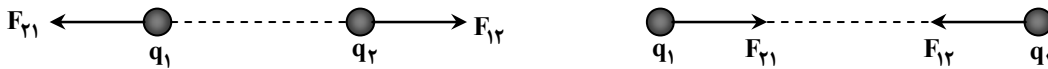
K: ضریب ثابت کولن است که واحد ندارد و مقدار آن به محیطی بستگی دارد که دو بار q_1 و q_2 در آن واقع‌اند و مقدار آن در خلأ

$$9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

است و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

اگر q_1 و q_2 هم نام باشند، نیروی بین دو بار رانشی و مثبت است و اگر ناهم نام باشند نیروی رابیشی و منفی است.



نیروی رانشی $F > 0 \Rightarrow q_1 q_2 > 0$

نیروی رابیشی $F < 0 \Rightarrow q_1 q_2 < 0$

$$|F_{12}| = |F_{21}| \Rightarrow \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

نکته: طبق قانون سوم نیوتن، این نیرو عمل و عکس العمل بوده و بنابراین هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگر هستند.

تذکره: علامت بار فقط نوع نیرویی که دو بار به هم وارد می کنند را مشخص می کند (دافعه یا جاذبه) و در فرمول قانون کولن منظور نمی شود.

مثال: نیروی دافعه‌ی بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصله‌ی r از هم برابر با $0.2N$ است. اگر به یکی از بارها $2\mu C$ اضافه کنیم، این

نیروی دافعه در همین فاصله برابر $0.3N$ می شود. اندازه‌ی اولیه‌ی هریک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟

۸ (۴)

۶۹ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{2}{100} = \frac{kq^2}{r^2} \quad \text{و} \quad \frac{3}{100} = \frac{k|q|(q+2)}{r^2}$$

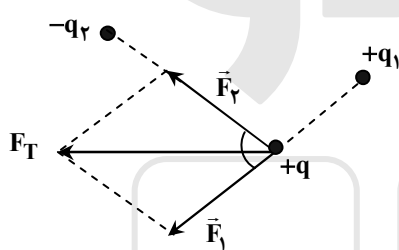
$$\Rightarrow \frac{|q|(q+2)}{q^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow |q|+2 = \frac{3}{2}|q| \Rightarrow |q| = 4\mu C$$

نکته: اگر تعدادی ذره‌ی باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برآیند نیروهایی است که هریک از ذره‌های دیگر

در غیاب سایر ذره‌ها بر آن ذره وارد می کنند. دقت شود که برای محاسبه‌ی نیروی برآیند از روش‌های جمع برداری استفاده می کنیم:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

به طور مثال: برآیند دو بار $+q_1$ و $-q_2$ بر بار $+q$ به صورت زیر است:



$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$$

$$\text{if } \alpha = 0 \Rightarrow F_T = F_1 + F_2$$

$$\text{if } \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\text{if } \alpha = \pi \Rightarrow F_T = |F_1 - F_2|$$

$$\text{if } F_1 = F_2 = F' \Rightarrow F_T = 2F' \cos \frac{\alpha}{2}$$

مثال: ۴ بار الکتریکی مثبت و هم اندازه‌ی q در رأس‌های یک مربع به ضلع d قرار دارند. اندازه‌ی نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها

وارد می شود چند $\frac{kq^2}{2d^2}$ است؟ ($k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ و اندازه‌ها در SI است.)

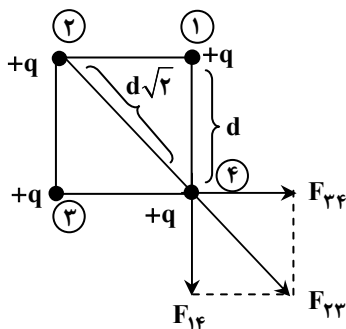
$2\sqrt{2}+1$ (۴)

$\sqrt{2}+1$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



$$\text{و } F_{23} + F_{14} = F_T$$

$$|F_T| = |\vec{F}_{14} + \vec{F}_{24}|$$

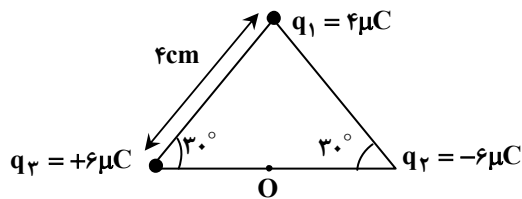
$$F_{14} = F_{24} = \frac{kq^2}{d^2} \Rightarrow |F_T| = \sqrt{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

$$F_{23} = \frac{kq^2}{2d^2}$$

$$\Rightarrow F_T = \frac{kq^2}{2d^2} + \frac{\sqrt{2}kq^2}{d^2} = (1 + 2\sqrt{2}) \left(\frac{kq^2}{2d^2} \right)$$

مثال: سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی برآیند وارد بر بار $q_3 = +1\mu C$ واقع در نقطه‌ای

O در وسط خط واصل دو بار q_2 و q_3 چند نیوتن است؟



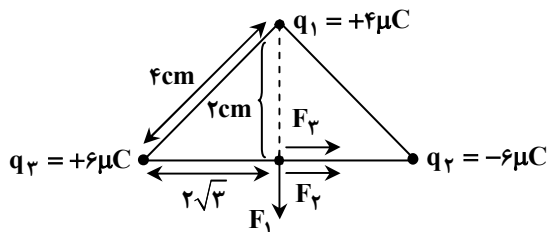
۴۵ (۱)

۹۰ (۲)

$45\sqrt{3}$ (۳)

$90\sqrt{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴



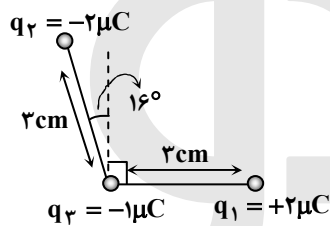
$$F_2 = F_3 = \frac{9 \times 10^{-9} \times 6 \times 10^{-6}}{12^2 \times 10^{-4}} = 45 \text{ N}$$

$$F_{2,3} = F_2 + F_3 = 90 \text{ N}$$

$$F_1 = \frac{9 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-6}}{4^2 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{F_{2,3}^2 + F_1^2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$

مثال: در شکل روبه‌رو برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار نقطه‌ای q_3 از طرف بارهای q_1 و q_2 ، چند نیوتن است؟ $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$



$(\text{Cos}37^\circ = 0.8)$

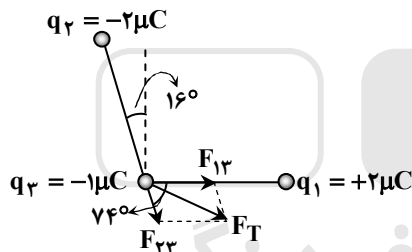
۳/۲ (۱)

۶/۴ (۲)

۳۲ (۳)

۶۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳



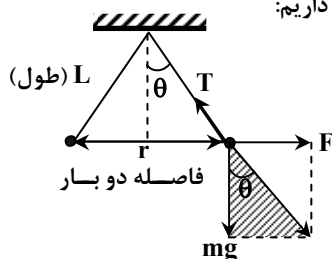
$$F_{2,3} = F_{1,3} = \frac{9 \times 10^{-9} \times 2 \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 20 \text{ N}$$

$$F_T = 2F_{2,3} \text{Cos} \frac{74}{2} = 2 \times 20 \times \text{Cos}37$$

$$\Rightarrow F_T = 40 \times 0.8 = 32 \text{ N}$$

آونگ الکتریکی

فرض کنید دو گلوله به جرم‌های m_1 و m_2 که بار آنها q_1 و q_2 است را توسط دو نخ عایق هم‌طول (L) به نقطه‌ای از سقف بسته‌ایم. در صورتی که بارها هم‌نام باشند، هریک از گلوله‌ها تحت اثر نیروی وزن (mg)، کشش نخ (T) و نیروی دافعه‌ی کولنی بارها (F) قرار می‌گیرند. اگر زاویه‌ای که یکی از نخ‌ها با امتداد قائم می‌سازد را با θ نشان دهیم، در مثلث هاشور خورده داریم:



$$\begin{aligned} T \sin \theta &= F \\ T \cos \theta &= mg \end{aligned} \Rightarrow \tan \theta = \frac{F}{mg}, \quad T = \sqrt{F^2 + (mg)^2}$$

$$r = 2L \sin \theta, \quad F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{kq_1q_2}{(2L \sin \theta)^2}$$

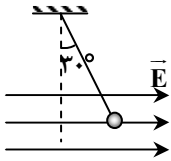
نکته: می‌دانیم که در آونگ الکتریکی برای هر دو گلوله F ثابت است (طبق قانون سوم نیوتن)، در نتیجه قسمتی که گلوله‌ی سنگین‌تری به آن

وصل شده است، زاویه‌ی کوچک‌تری با خط قائم می‌سازد.

$$\frac{F}{mg} = \tan \theta \Rightarrow \theta \downarrow$$

مثال: در شکل روبه‌رو، گلوله‌ای به جرم $0.4g$ و بار الکتریکی $+5\mu C$ در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} ساکن است. بزرگی میدان الکتریکی چند

نیوتن بر کولن است؟ $(\cos 30^\circ = 0.8, \sin 30^\circ = 0.5, g = 10 \frac{N}{kg})$



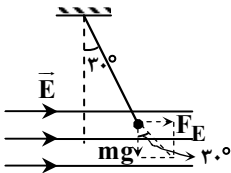
۵۰۰ (۱)

۱۰۰۰ (۲)

۲۰۰۰ (۳)

۵۰۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

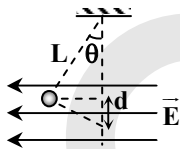


$$\tan 30^\circ = \frac{F_E}{mg}, F_E = E|q|$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{E|q|}{mg} \Rightarrow E = \frac{mg \tan 30^\circ}{q}$$

$$\Rightarrow E = \frac{0.4 \times 10^{-3} \times 10 \times 0.5}{5 \times 10^{-6}} \times \frac{1}{8} = 500 \frac{N}{C}$$

مثال: کره‌ی باردار کوچکی به جرم $50g$ توسط نخ‌ی به طول $2m$ مطابق شکل در میدان الکتریکی یکنواخت $100 \frac{N}{C}$ معلق است. در صورتی که بار



کره $5mC$ باشد، کره از پایین‌ترین نقطه‌ی آونگ چند سانتی‌متر بالا می‌آید؟ $(\sqrt{2} \approx 1.4)$

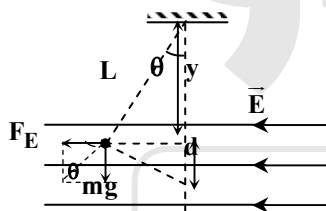
۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۷۲ (۴)

۶۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳



$$\tan \theta = \frac{F_E}{mg}, F_E = E|q|$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{E|q|}{mg} \Rightarrow \tan \theta = \frac{100 \times 5 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-3} \times 10} = 1$$

$$\Rightarrow \theta = 45^\circ, \cos \theta = \frac{y}{L} \Rightarrow y = L \cos 45^\circ = \frac{2 \times \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

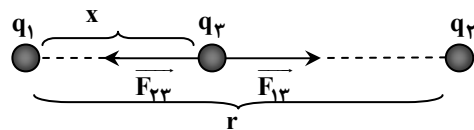
$$d = L - y = 2 - \sqrt{2} = 2 - 1.4 = 0.6m = 60cm$$

نکته: دو بار الکتریکی q_1 و q_2 (با فرض $|q_2| > |q_1|$) در فاصله‌ی r از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند. برای به‌دست آوردن نقطه‌ای از فضا که با قرار دادن بار q_3 در آن نقطه برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر شود، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

نقطه‌ی مورد نظر باید روی خط واصل دو بار باشد و:

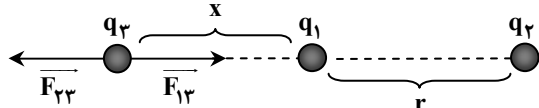
$$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow |F_{13}| = |F_{23}|$$

۱- اگر دو بار q_1 و q_2 هم نام باشند، نقطه‌ی مورد نظر بین دو بار و به بار با اندازه‌ی کوچک‌تر نزدیک‌تر است.



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(r-x)^2}$$

۲- اگر q_1 و q_2 ناهم نام باشند، نقطه‌ی مورد نظر خارج دو بار و به بار با اندازه‌ی کوچک‌تر نزدیک‌تر است.

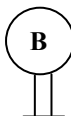


$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{(r+x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(r+x)^2}$$

نکته: در شکل مقابل دو کره‌ی فلزی با شعاع یکسان مفروض‌اند. اگر آنها را به هم تماس داده و از هم دور کنیم، بار آنها برابر خواهد شد و از

رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

(بار اولیه‌ی کره‌ی A) q_A (بار اولیه‌ی کره‌ی B) q_B



$$q = \frac{q_A + q_B}{2}$$

بار هر کره بعد از تماس به هم

میدان الکتریکی

یک بار الکتریکی در هر نقطه از فضای اطراف خود خاصیتی ایجاد می کند که به آن «میدان الکتریکی» می گویند. در میدان الکتریکی به هر بار الکتریکی واقع در آن میدان، نیروی الکتریکی وارد می شود. واضح است که میدان الکتریکی کمیتی برداری است (چون مضربی از نیرو است.) و با نماد \vec{E} نشان داده می شود و یکای آن در SI نیوتن بر کولن $(\frac{N}{C})$ است.

تعریف کمی میدان الکتریکی

برابر است با نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر یکای بار الکتریکی در هر نقطه از میدان وارد می شود.

نیروی میدان (N)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

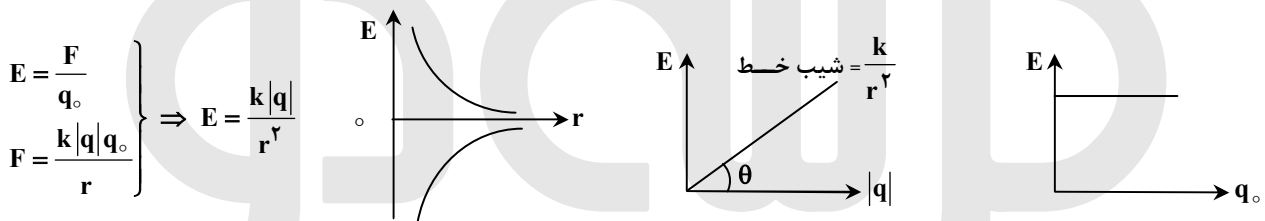
میدان الکتریکی $(\frac{N}{C})$

بار ذره‌ای که در میدان قرار دارد (C)

\vec{E} و \vec{F} هم جهت هستند اگر $q_0 > 0$ اگر $q_0 < 0$ \vec{E} و \vec{F} خلاف جهت هم هستند

$\Rightarrow \vec{E}$ و \vec{F} همواره در یک راستا قرار دارند.

در رابطه‌ی زیر ملاحظه می شود که بزرگی میدان الکتریکی (E) به باری که در میدان قرار می گیرد (q_0) بستگی ندارد.



مثال: ذره‌ای به جرم ۱۰ گرم و بار الکتریکی ۵- میکروکولن در یک میدان الکتریکی یکنواخت، بدون تکیه‌گاه به حالت سکون قرار دارد. اگر

$g = 10 \frac{m}{s^2}$ باشد، میدان الکتریکی چند نیوتن بر کولن و جهت آن به کدام سمت است؟

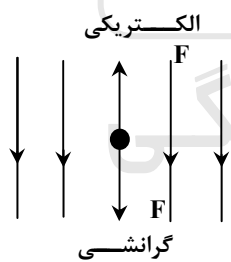
(۴) 5×10^5 پایین

(۳) 5×10^5 بالا

(۲) 2×10^4 پایین

(۱) 2×10^4 بالا

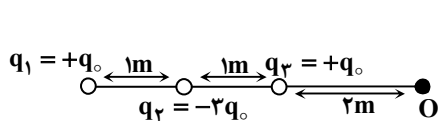
پاسخ: گزینه ۲



$\Rightarrow F_{\text{الکتریکی}} = F_{\text{گرانشی}}$
 $\Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow E = \frac{10 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^4 \frac{N}{C}$

بنابراین می‌بایست جهت میدان الکتریکی به سمت پایین باشد تا نیروی الکتریکی وارده بر ذره‌ی منفی مذکور به سمت بالا باشد.

مثال: میدان برآیند حاصل از بارهای الکتریکی q_1, q_2, q_3 در نقطه‌ی O واقع در شکل برحسب واحد SI کدام است؟



(۲) $\frac{1}{24} kq_0$

(۱) $\frac{1}{48} kq_0$

(۴) $\frac{21}{9} kq_0$

(۳) $\frac{62}{9} kq_0$

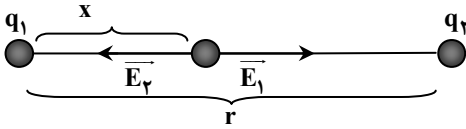
پاسخ: گزینه ۱

$E_1 = \frac{kq_0}{(4)^2} = \frac{kq_0}{16}$, $E_2 = \frac{k \times 3q_0}{(2)^2} = \frac{kq_0}{3}$
 $E_3 = \frac{kq_0}{(2)^2} = \frac{kq_0}{4}$, $E_T = |E_1 + E_3 - E_2| = \left| \frac{kq_0}{16} + \frac{kq_0}{4} - \frac{kq_0}{3} \right|$
 $\Rightarrow E_T = \frac{kq_0}{48}$

نکته: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 (با فرض $|q_2| > |q_1|$) در فاصله‌ی r از هم مفروض‌اند، برآیند میدان الکتریکی حاصل از آنها در صورتی که:

۱- هم‌نام باشند، بین دو بار و نزدیک به باری که اندازه‌ی آن کوچک‌تر

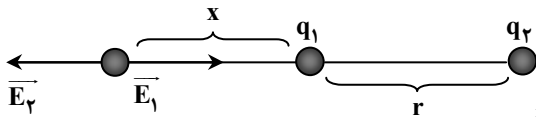
است، صفر می‌شود:



$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow |E_1| = |E_2| \Rightarrow \frac{k|q_1|}{x^2} = \frac{k|q_2|}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(r-x)^2}$$

۲- غیرهم‌نام باشند، بیرون دو بار و نزدیک به باری که اندازه‌ی آن

کوچک‌تر است، صفر می‌شود:



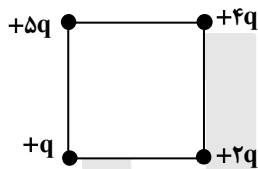
$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow |E_1| = |E_2| \Rightarrow \frac{k|q_1|}{x^2} = \frac{k|q_2|}{(r+x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(r+x)^2}$$

نکته: اگر در یک ناحیه از فضا چند ذره‌ی باردار وجود داشته باشد، در هر نقطه از آن یک میدان الکتریکی وجود دارد. این میدان برآیند برداری میدان‌هایی است که هر ذره‌ی باردار به تنهایی در آن نقطه ایجاد می‌کنند.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

مثال: اگر در یک رأس مربعی بار q قرار گیرد، میدان الکتریکی حاصل از آن در مرکز مربع E است. حال اگر در چهار رأس همان مربع، بارهای

الکتریکی‌ای مطابق شکل قرار گیرند، اندازه میدان الکتریکی در مرکز آن چند E می‌شود؟



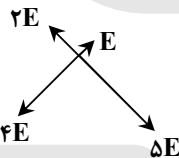
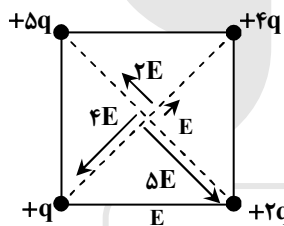
$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{2} \quad (3)$$

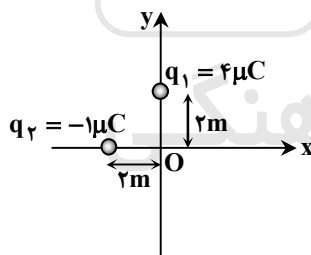
$$3\sqrt{2} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴



$$\Rightarrow E_T = 2\sqrt{2}E$$

مثال: در شکل زیر بزرگی میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی O برحسب واحدهای SI کدام است؟



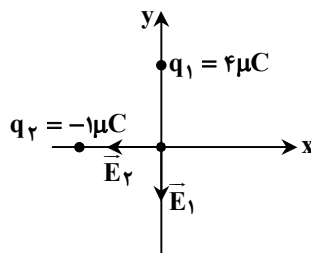
$$-10^3 \left(\frac{3}{4} \vec{i} + 9 \vec{j} \right) \quad (1)$$

$$10^3 \left(\frac{3}{4} \vec{i} + 9 \vec{j} \right) \quad (2)$$

$$-10^3 \left(\frac{9}{4} \vec{i} + 9 \vec{j} \right) \quad (3)$$

$$10^3 \left(\frac{9}{4} \vec{i} + 9 \vec{j} \right) \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳



$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{4} = 9 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

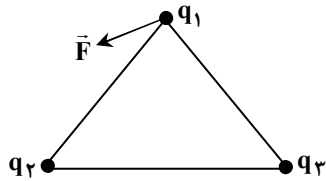
$$E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6}}{4} = \frac{9}{4} \times 10^3 \frac{N}{C}$$

حال با توجه به جهت میدان‌های به‌دست آمده داریم:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E} = \frac{-9}{4} \times 10^3 \vec{i} - 9 \times 10^3 \vec{j} = -10^3 \left(\frac{9}{4} \vec{i} + 9 \vec{j} \right)$$

نکته: برآیند دو بردار همواره با بردار بزرگ‌تر زاویه‌ی کوچک‌تر و با بردار کوچک‌تر زاویه‌ی بزرگ‌تر می‌سازد.

مثال: در سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی به شکل روبرو سه بار نقطه‌ای q_1 ، q_2 و q_3 وجود دارد. اگر برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 نیروی F باشد، کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) q_1 و q_3 غیرهم نام و $|q_3| > |q_2|$
- (۲) q_1 و q_3 هم نام و $|q_3| > |q_2|$
- (۳) q_1 و q_3 هم نام و $|q_2| > |q_3|$
- (۴) q_1 و q_3 غیر هم نام و $|q_2| > |q_3|$

پاسخ: گزینه ۲

تجسم میدان الکتریکی

میدان الکتریکی در اطراف یک جسم باردار را با خطوطی به نام خطوط میدان نشان می‌دهیم. این خطوط دارای ویژگی‌های زیر هستند:

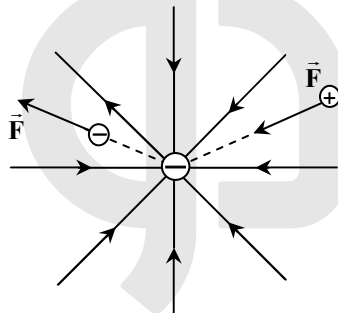
(۱) هیچ‌گاه یک دیگر را قطع نمی‌کنند و بر هم مماس نمی‌شوند. یعنی از هر نقطه یک خط میدان الکتریکی می‌گذرد که برآیند همه‌ی میدان‌های الکتریکی در آن نقطه است.

(۲) تراکم و تعداد خطوط در هر نقطه نشان دهنده‌ی قدرت میدان در آن نقطه است. بنابراین هر چقدر در نقطه‌ای خطوط به هم نزدیک‌تر و فشرده‌تر باشند، میدان در آن نقطه قوی‌تر است.

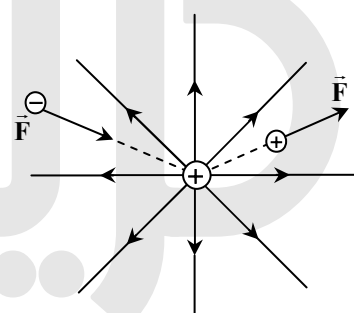
(۳) جهت خطوط، جهت میدان الکتریکی را در هر نقطه مشخص می‌کند.

(۴) بردار میدان الکتریکی، (\vec{E}) در هر نقطه، در جهت میدان و مماس بر خط میدانی است که از آن نقطه می‌گذرد.

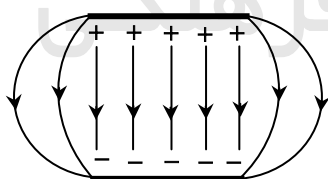
جهت خطوط میدان هم‌جهت با نیروی وارد بر یکای بار مثبت است. یعنی رو به خارج از بار مثبت و به سوی بار منفی است.



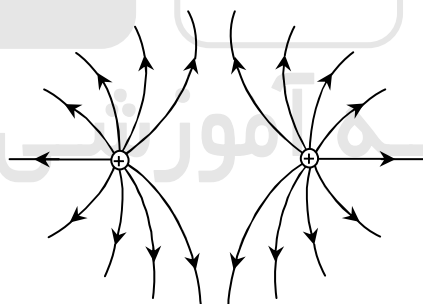
(ب) بار منفی منفرد



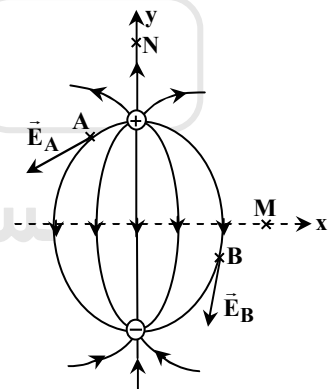
(الف) بار مثبت منفرد



(ث) میدان بین دو صفحه‌ی رسانای موازی با بارهای هم‌اندازه (میدان یکنواخت)

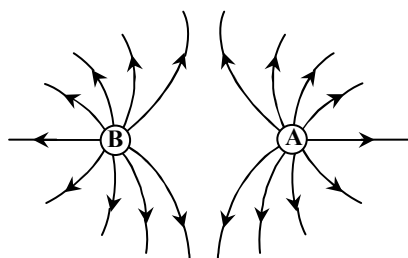


(ت) دوبار الکتریکی مثبت و هم‌اندازه



(پ) دو قطبی الکتریکی

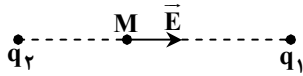
مثال: در شکل مقابل میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای نشان داده شده است. نوع بار الکتریکی A و B (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟



- (۱) منفی - مثبت
- (۲) مثبت - مثبت
- (۳) منفی - منفی
- (۴) مثبت - منفی

پاسخ: گزینه ۲

مثال: میدان الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی q_1 و q_2 در نقطه‌ی M روی خط واصل بارها مطابق شکل مقابل است. نوع بار الکتریکی آن‌ها



به ترتیب کدام‌اند؟

- (۱) منفی - منفی
- (۲) منفی - مثبت
- (۳) مثبت - مثبت

(۴) بسته به شرایط هر کدام از گزینه‌های دیگر می‌تواند درست باشد.

پاسخ: گزینه ۴

از آن‌جا که در صورت سؤال اطلاعاتی راجع به اندازه بارهای q_1 و q_2 نداده است، هر یک از سه گزینه‌ی داده شده ممکن است صحیح باشند.

انرژی پتانسیل الکتریکی

می‌دانیم که دو ذره‌ی باردار به هم نیرو وارد می‌کنند، بنابراین وقتی دو بار الکتریکی هم‌نام را با سرعت ثابت به یک‌دیگر نزدیک می‌کنیم و یا دو بار الکتریکی ناهم‌نام را با سرعت ثابت از یک‌دیگر دور می‌کنیم، کار انجام می‌دهیم و انرژی مصرف می‌کنیم. این انرژی به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در بارهای الکتریکی ذخیره می‌شود.

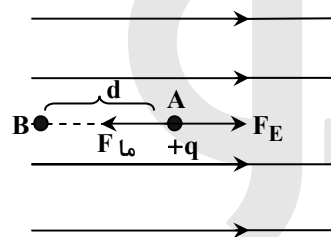
بنابراین تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی با کار انجام شده توسط نیروی عامل خارجی در جابه‌جایی با سرعت ثابت یا با منهای کار انجام شده توسط میدان الکتریکی برابر است، یعنی داریم:

$$\Delta U = W_F = -W_{F_E}$$

کار انجام شده توسط عامل خارجی

کار انجام شده توسط میدان الکتریکی

کار لازم برای حرکت بار در میدان الکتریکی



می‌خواهیم ذره‌ای با بار الکتریکی $+q$ را با سرعت ثابت در خلاف جهت (از A به B) میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} جابه‌جا کنیم، برای این منظور باید کار انجام دهیم. کار انجام شده در این عمل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_F = Fd \cos \theta = Eqd \cos(0) = Eqd$$

$$W_{F_E} = F_E d \cos(180) = -F_E d = -Eqd$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow |F_m| = |F_E| = Eq$$

نکته: کار انجام شده برای انتقال بار در میدان الکتریکی، به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط به نقاط ابتدایی و انتهایی جابه‌جایی بستگی دارد. در واقع می‌توان گفت کار نیروهای پایستار وابسته به نقاط ابتدایی و انتهایی آن و مستقل از نوع مسیر طی شده است و می‌دانیم که نیروی الکتریکی از جمله نیروهای پایستار است.

نکته: اگر بار مثبت در جهت میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و در صورتی که در خلاف جهت میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. در صورتی که در خلاف جهت میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

مثال: ذره‌ای با بار الکتریکی مثبت q را با سرعت ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} در خلاف جهت میدان و به موازات خط‌های میدان به اندازه d جابه‌جا می‌کنیم. در این صورت انرژی بار q به اندازه Eqd می‌یابد.

- (۱) جنبشی - افزایش
- (۲) جنبشی - کاهش
- (۳) پتانسیل الکتریکی - افزایش
- (۴) پتانسیل الکتریکی - کاهش

پاسخ: گزینه ۳

ذره مثبت بوده و چون در خلاف جهت میدان جابه‌جا شده، بنابراین انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد:

$$\Delta U = W = Fd = Eqd$$

به طور کلی می‌توان گفت اگر در میدان الکتریکی، بار الکتریکی در جهتی جابه‌جا شود که لازمه‌ی آن غلبه بر نیروی میدان الکتریکی باشد، انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد.

پتانسیل الکتریکی

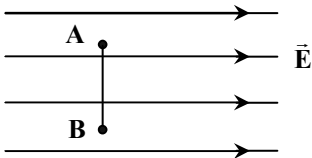
برابر با انرژی پتانسیل الکتریکی است که در ازای قرار گرفتن یکای بار الکتریکی مثبت در هر نقطه از میدان تعریف می‌شود. کمیتی نرده‌ای

است و یکای آن در SI ژول بر کولن ($\frac{J}{C}$) است که به افتخار ولتا دانشمند ایتالیایی آن را ولت (V) نامیده‌اند.

$$V = \frac{U}{q_0}$$

تذکره: میدان (E) و پتانسیل الکتریکی (V) تنها به بار الکتریکی (q) بستگی دارد که میدان را به وجود آورده است و به اندازه و علامت بار الکتریکی که در آن نقطه از میدان قرار می‌گیرد (q₀) بستگی ندارد، در حالی که مفاهیم نیرو (F) و انرژی پتانسیل الکتریکی (U) هم به باری که میدان را ایجاد کرده و هم به باری که در میدان قرار گرفته است، بستگی دارند.

نکته: اگر بار الکتریکی در راستای عمود بر خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شود، کار میدان الکتریکی صفر است.

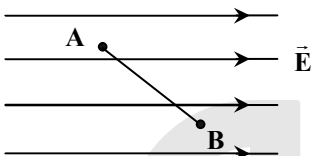


$$W_F = Fd \cos \theta = Eqd \cos 90^\circ = 0$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی تغییر نمی‌کند و اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی مورد نظر نیز صفر است:

$$\Delta U = W_F = 0 \Rightarrow \Delta V = \frac{W_F}{q} = 0 \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow V_A = V_B$$

نکته: اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو نقطه‌ی A و B در یک میدان الکتریکی یکنواخت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:



$$\Delta V = -ED \cos \alpha$$

که در آن، α زاویه میدان الکتریکی و جابه‌جایی است.

اختلاف پتانسیل الکتریکی

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه عامل شارش بار الکتریکی بین آن دو نقطه است و جهت شارش آن همان جهت قراردادی جریان الکتریکی است که همواره از پتانسیل بیش‌تر به پتانسیل کم‌تر است و شارش بار الکتریکی تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که دو نقطه هم پتانسیل شوند و در این لحظه جریان قطع می‌شود.

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه برابر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار الکتریکی مثبت است، وقتی یکای بار از نقطه‌ی اول تا نقطه‌ی دوم جابه‌جا می‌شود.

تغییرات انرژی پتانسیل (J)

$$V_2 - V_1 = \frac{U_2 - U_1}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

(C) بار (V) اختلاف پتانسیل

مثال: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه ۵۰۰ ولت است. با صرف چند ژول انرژی بار الکتریکی ۰/۸ میکروکولنی بین این دو نقطه با سرعت ثابت جاری می‌شود؟

(۴) 8×10^{-4}

(۳) 4×10^{-4}

(۲) 8×10^{-3}

(۱) 4×10^{-3}

پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = \Delta V \times q = 500 \times 0.8 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-4} \text{ J}$$

نکته: اختلاف پتانسیل الکتریکی تنها عامل انتقال و شارش بار الکتریکی از یک قسمت رسانا به قسمت دیگر آن است. بنابراین تراکم و چگالی بار الکتریکی در شارش بار الکتریکی سهمی ندارند.

مثال: اگر دو جسم رسانای باردار را با هم تماس دهیم، کدام کمیت فیزیکی آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود؟

(۲) چگالی سطحی بار

(۱) بار الکتریکی

(۴) پتانسیل الکتریکی و چگالی سطحی بار

(۳) پتانسیل الکتریکی

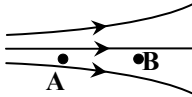
پاسخ: گزینه ۳

نکته: تمامی نقاط روی یک جسم رسانای باردار الکتریکی که توسط پایه‌ی عایقی از محیط اطراف جدا شده است و در تعادل الکترو استاتیکی است هم پتانسیل هستند.

نکته: زمین را به عنوان مبدأ پتانسیل الکتریکی انتخاب می‌کنیم و پتانسیل زمین را صفر در نظر می‌گیریم، در این صورت پتانسیل الکتریکی هر جسم رسانایی که به زمین وصل شود را صفر در نظر می‌گیریم.

نکته: همواره در جهت میدان الکتریکی پتانسیل کاهش می‌یابد، یعنی هر چه قدر به بار مثبت نزدیک‌تر شویم، پتانسیل الکتریکی بیش‌تر و هر چه قدر به بار منفی نزدیک‌تر شویم، پتانسیل الکتریکی کم‌تر می‌شود.

مثال: شکل روبه‌رو خط‌های میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. کدام‌یک از گزینه‌های زیر درباره‌ی نقاط A و B درست است؟



$$V_A > V_B \text{ و } E_A > E_B \quad (1)$$

$$V_A > V_B \text{ و } E_A < E_B \quad (2)$$

$$V_A < V_B \text{ و } E_A > E_B \quad (3)$$

$$V_A < V_B \text{ و } E_A < E_B \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

هر جا تراکم خطوط میدان بیش‌تر باشد، میدان در آن جا قوی‌تر است، بنابراین: $E_A > E_B$ است. از طرفی می‌دانیم که پتانسیل در جهت میدان کاهش می‌یابد، لذا $V_A > V_B$ است.

میدان الکتریکی یکنواخت

به میدان الکتریکی گفته می‌شود که در آن خطوط میدان موازی، هم‌جهت و هم‌فاصله باشند و بزرگی میدان الکتریکی در همه‌ی نقاط آن مقداری ثابت است. چنین میدانی در فضای بین دو صفحه‌ی تخت و موازی که یکی دارای بار $+q$ و دیگری دارای بار $-q$ (بارهای هم‌اندازه و ناهم‌نام) باشد و دور از لبه‌ی صفحه‌ها به وجود می‌آید.

یکای ولت بر متر ($\frac{V}{m}$) معادل نیوتن بر کولن ($\frac{N}{C}$) است.

اختلاف پتانسیل دو صفحه (V)

$$\left(\frac{V}{m}\right) \leftarrow E = \frac{\Delta V}{d}$$

فاصله دو صفحه موازی (m)

مثال: در شکل مقابل، میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = 300 \frac{N}{C}$ و فاصله‌ی AB برابر با ۲۰cm است. اگر پتانسیل نقاط A و B را به ترتیب با V_A

و V_B نشان دهیم، $V_A - V_B$ چند ولت است؟

$$-6000 \quad (1)$$

$$-60 \quad (2)$$

$$6000 \quad (3)$$

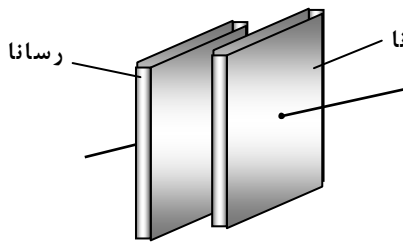
$$60 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V = Ed = 300 \times 20 \times 10^{-2} = 60V \Rightarrow V_A - V_B = 60V$$

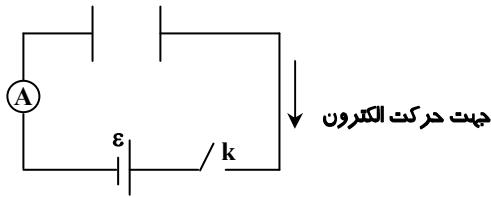
با توجه به این که در جهت میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، واضح است که $V_A > V_B$ است.

خازن



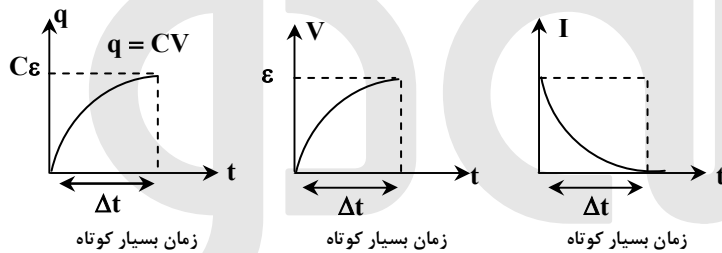
خازن یک وسیله الکتریکی است که می‌تواند مقداری بار الکتریکی و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند و هر زمان که لازم باشد آن را در مدار تخلیه کند. هر رسانا خازن از دو قطعه رسانا تشکیل می‌شود که بین آن‌ها عایق قرار دارد. خازن‌ها را به شکل‌های مختلف و برای مصرف‌های مختلفی می‌سازند و به ساده‌ترین نوع آن، خازن تخت یا مسطح گفته می‌شود. رساناهای خازن تخت دو صفحه فلزی و موازی هم هستند که عایق (دی الکتریک) در فضای بین آن‌ها قرار گرفته است، به خاطر داشته باشید که خازن تخت را در مدار با علامت « $\text{---}||\text{---}$ » نشان می‌دهند.

باردار شدن خازن



مطابق شکل، توسط سیم‌های رابط و کلید، دو صفحه‌ی یک خازن را به باتری وصل می‌کنیم. در لحظه‌ی وصل کلید، پتانسیل الکتریکی هر یک از صفحات خازن صفر است. بنابراین بیش‌ترین اختلاف پتانسیل بین هر صفحه‌ی خازن و قطبی از پیل که به آن متصل است وجود دارد، به همین خاطر شارش بار الکتریکی بین آن‌ها صورت می‌گیرد تا زمانی که هم‌پتانسیل شوند، در این لحظه شارش بار قطع شده و خازن باردار شده است.

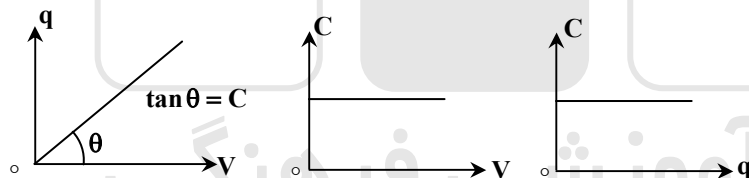
توجه کنید که عمل باردار شدن خازن در زمان بسیار کوتاهی رخ می‌دهد (حدود یک هزارم ثانیه) به طوری که می‌توان گفت از شاخه‌ای که روی آن خازن وجود دارد جریانی عبور نمی‌کند و اختلاف پتانسیل دو صفحه‌ی خازن با اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است.



نمودارهای $q-t$ و $I-t$ ، $V-t$ به هنگام پر شدن خازن به صورت مقابل است:

تذکره: هنگامی که روی یک صفحه‌ی خازن بار $+q$ و در صفحه‌ی مقابل آن بار $-q$ ذخیره شود، به اصطلاح گفته می‌شود که در خازن بار q ذخیره شده است.

ظرفیت خازن



آزمایش‌های مکرر نشان می‌دهد که همواره نسبت بار ذخیره شده (q) روی صفحات خازن به اختلاف پتانسیل دو صفحه‌ی آن (V) مقداری ثابت است که این مقدار ثابت را «ظرفیت خازن» می‌نامند و یکای آن در SI بر حسب فاراد (F) است.

عوامل مؤثر در ظرفیت خازن

ظرفیت خازن یک عامل هندسی است و وابسته به مشخصات ساختاری آن و مستقل از بار و اختلاف پتانسیل آن است. (شبهه ظرفیت یک بشکه‌ی آب) و در مورد یک خازن تخت به صورت زیر است:

ظرفیت خازن هنگامی که عایق بین دو صفحه‌ی آن به غیر از هوا یا خلأ باشد.

مساحت مشترک دو صفحه‌ی موازی خازن (m^2)

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

فاصله بین دو صفحه‌ی خازن (m)

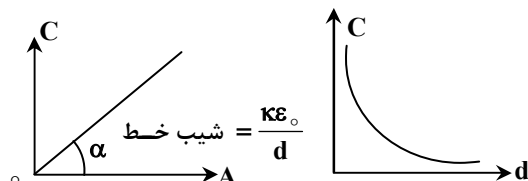
$$\kappa = \frac{C}{C_0}$$

ثابت دی‌الکتریک

ظرفیت خازن هنگامی که عایق

بین دو صفحه‌ی آن هوا یا خلأ باشد.

در صورتی که بین دو صفحه خلأ یا هوا باشد ($\kappa = 1$) است و برای سایر دی‌الکتریک‌ها ($\kappa > 1$) می‌باشد.



مثال: بین دو صفحه‌ی خازن مسطحی هوا است و دو سر آن به یک اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت وصل است. اگر با ثابت ماندن فاصله‌ی بین صفحات، یک تیغه‌ی شیشه‌ای بین آن صفحات قرار دهیم، بار الکتریکی خازن چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ثابت می‌ماند. (۲) کاهش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد. (۴) بسته به ضخامت شیشه ممکن است افزایش یا کاهش یابد.

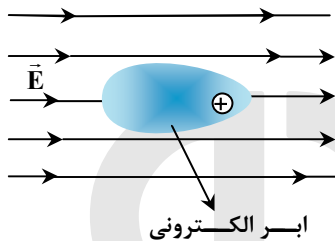
پاسخ: گزینه ۳

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \kappa \uparrow \Rightarrow C \uparrow \quad \text{و} \quad V = \text{ثابت}$$

$$q = \uparrow CV \Rightarrow q \uparrow$$

نکته: میدان یکنواخت در بین صفحه‌های یک خازن از رابطه‌ی $E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}$ نیز به دست می‌آید.

$$E = \frac{V}{d} = \frac{q}{Cd} = \frac{q}{\frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} d} \Rightarrow E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} \Rightarrow \frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0}$$



ابر الکترونی ←

هسته

نکته: تأثیر میدان الکتریکی در اتم

باعث می‌شود که ابر الکترونی (مرکز مؤثر بار منفی) در خلاف جهت میدان و هسته (مرکز مؤثر بار مثبت) در جهت میدان جابه‌جا شوند. در این حالت می‌گوییم اتم در میدان الکتریکی قطبیده شده است.

بررسی میکروسکوپی نقش دی الکتریک

وقتی عایقی در معرض میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، اتم‌های آن به فرم دو قطبی در می‌آیند. چون میدان از صفحه‌ی مثبت به صفحه‌ی منفی است، دو قطبی‌ها به گونه‌ای قرار می‌گیرند که بارهای منفی آن‌ها متمایل به صفحه‌ی مثبت و بارهای مثبت آن‌ها متمایل به صفحه‌ی منفی می‌شود. حال این بارهای منفی، خودشان تعداد دیگری از الکترون‌های آزاد صفحه‌ی سمت چپ را همان‌طور که در شکل نشان داده شده است دفع می‌کنند و بار مثبت صفحه زیاد می‌شود و به همین شکل بار منفی صفحه‌ی سمت راست هم زیاد شده و در کل بار الکتریکی خازن زیاد می‌شود. بنابراین ظرفیت خازن نیز افزایش می‌یابد.

فروریزش الکتریکی

ظرفیت خازن ثابت است و با افزایش ولتاژ دو صفحه‌ی خازن به همان نسبت بار روی صفحات آن افزایش می‌یابد و میدان الکتریکی بین دو صفحه قوی‌تر می‌شود تا حدی که می‌تواند باعث رسانا شدن لحظه‌ای دی‌الکتریک میان دو صفحه شود و با ایجاد جرقه‌های بین دو صفحه، خازن تخلیه می‌شود و باعث سوختن دی‌الکتریک می‌شود.

تذکره: برای هر خازن حداکثر ولتاژ مجازی وجود دارد که نباید خازن را به ولتاژ بیش‌تر از آن وصل کرد، زیرا فروریزش رخ می‌دهد و خازن می‌سوزد. این بیشینه اختلاف پتانسیل را «پتانسیل فروریزش» می‌نامند. مقدار بیشینه‌ی میدان الکتریکی که دی‌الکتریک می‌تواند بدون فروریزش تحمل کند را قدرت (استقامت) دی‌الکتریک می‌نامند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$V_{\text{فروریزش}} = E \times d$$

انرژی ذخیره شده در خازن

هنگامی که خازن پر می‌شود در اثر میدان الکتریکی که میان دو صفحه‌ی آن به وجود می‌آید، مجموعه‌ی بارها دارای انرژی پتانسیل الکتریکی می‌شوند. خازن پر شده نیز به همین دلیل دارای انرژی پتانسیل الکتریکی است. در واقع این انرژی (با توجه به قانون پایستگی انرژی)، همان انرژی است که مولد برای پر کردن خازن مصرف می‌کند. انرژی ذخیره شده در خازن را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد:

$$U = \frac{1}{2} qV \xrightarrow[\substack{q=CV \\ V=\frac{q}{C}}]{\substack{q=CV \\ V=\frac{q}{C}}} \begin{cases} U = \frac{1}{2} CV^2 \\ U = \frac{q^2}{2C} \end{cases}$$

مثال: ظرفیت خازنی $22\mu F$ است. اگر بار الکتریکی آن 20% درصد افزایش یابد، انرژی آن 16 میکروژول افزایش می‌یابد. بار اولیه‌ی آن چند میکروکولن است؟

- (۱) 20 (۲) 40 (۳) 2×10^{-2} (۴) 4×10^{-2}

پاسخ: گزینه ۲

$$U = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \times \left(\frac{C_1}{C_2}\right) \text{ و } C = \text{cte}$$

$$\Rightarrow \frac{U_1 + 16}{U_1} = \left(\frac{q_1 + \frac{1}{5}q_1}{q_1}\right)^2 \Rightarrow U_1 = \frac{16 \times 25}{11} \text{ و } U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} \Rightarrow \frac{q_1^2}{2C} = \frac{16 \times 25}{11} \Rightarrow q_1 = 40\mu C$$

نکته: تا وقتی که یک خازن شارژ شده به دو سر باتری متصل است، هر تغییری که در ساختمان خازن ایجاد کنیم اختلاف پتانسیل (V) دو سر خازن برابر اختلاف پتانسیل (V) دو سر باتری می‌ماند، که مقدار ثابتی است. حال اگر خازن شارژ شده را از باتری جدا کنیم و از این به بعد در ساختمان آن تغییر ایجاد کنیم، بار الکتریکی خازن (q) ثابت می‌ماند. چون دیگر مسیری برای تبادل بار بین دو صفحه وجود ندارد و بار صفحات ثابت می‌ماند.

نکته: مقاومت یک خازن در مقابل عبور جریان الکتریکی بی‌نهایت است. یعنی اگر یک خازن به طور متوالی در یک مدار قرار گیرد از شاخه‌ای که خازن در آن قرار دارد جریانی عبور نمی‌کند.

مثال: دو سر خازن تختی که بین صفحات آن هوا است به دو سر یک باتری متصل است. فاصله‌ی بین صفحات آن را نصف کرده و با عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۲ پر می‌کنیم. به ترتیب از راست به چپ انرژی ذخیره شده در خازن و بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات آن چند برابر می‌شود؟

- (۱) 4 و $\frac{1}{2}$ (۲) 2 و 4 (۳) 4 و 2 (۴) 4 و 4

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که دو سر خازن به باتری متصل است، لذا ولتاژ خازن ثابت می‌ماند.

حال با توجه به رابطه‌ی $C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$ واضح است که ظرفیت خازن ۴ برابر می‌شود. حال می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{\text{ظرفیت ۴ برابر شده}} \text{انرژی نیز چهار برابر می‌شود.}$$

برای میدان نیز می‌توان نوشت:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\text{V ثابت و d نصف}} \text{دو برابر می‌شود.}$$

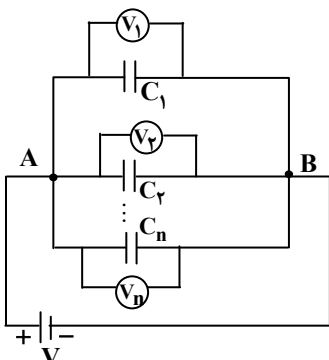
به هم بستن خازن‌ها

گاهی اوقات می‌خواهیم از خازنی با ظرفیت معین استفاده کنیم که آن را در اختیار نداریم و مجبوریم خازنهایی را به گونه‌ای ببندیم که به ظرفیتی دلخواه دست بیابیم. بنابراین خازن معادل خازنی است که جانشین مجموعه‌ای خازن شود و در مدار همان مقدار بار و انرژی در خود ذخیره کند که در مجموعه‌ی خازن‌ها ذخیره می‌شود. به ظرفیت خازن معادل «ظرفیت معادل مدار» نیز گفته می‌شود.

به هم بستن موازی خازن‌ها

در این نوع اتصال دو سر تمامی خازن‌ها به اختلاف پتانسیل یکسانی متصل هستند و بار ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها برابر با مجموع بار ذخیره شده در هر یک از خازن‌ها است. به طور مثال در شکل زیر یک سر تمامی خازن‌ها به نقطه‌ای با ولتاژ A و صفحه‌ی دیگر آنها به نقطه‌ای با ولتاژ B متصل است.

در این حالت ظرفیت معادل از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:



$$V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_n = V_T$$

$$q_T = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n, \quad q = CV$$

$$\Rightarrow C_T V_T = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3 + \dots + C_n V_n$$

$$V = \text{cte} \Rightarrow C_T = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

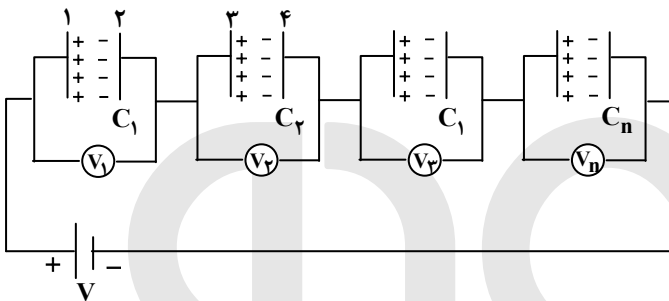
- در این نوع اتصال ظرفیت معادل از ظرفیت تک تک خازن‌ها بیش تر است.
- اگر n خازن مشابه با ظرفیت‌های C_1 را به طور موازی به هم متصل کنیم، ظرفیت معادل nC_1 می‌شود.
- در این نوع اتصال انرژی ذخیره شده در خازن‌ها با ظرفیت خازن‌ها رابطه‌ی مستقیم دارد.

$$\left. \begin{array}{l} U = \frac{1}{2} CV^2 \\ V = cte \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_T}{U_1} = \frac{C_T}{C_1} \text{ یا } \frac{U_T}{U_1} = \frac{C_T}{C_1}$$

تذکره: دقت کنید که در اتصال موازی، دو سر تمام خازن‌ها به دو نقطه یکسان همانند A و B در شکل بالا متصل‌اند. اهمیت این نکته در تعیین نوع اتصال خازن‌ها برای به دست آوردن ظرفیت معادل خازن‌ها حایز اهمیت است.

به هم بستن متوالی خازن‌ها

وقتی خازن‌ها به طور متوالی به یک ولتاژ وصل می‌شوند، هیچ کدام از آنها به طور مستقل به ولتاژ V متصل نیستند. اگر روی صفحه‌ی (۱) بار $+q$ انباشته شود بار $-q$ روی صفحه‌ی (۲) القا می‌گردد. بنابراین بار $+q$ روی صفحه‌ی ۳ انباشته می‌شود و به همین ترتیب، بار هر خازن بر ابر q می‌شود و بار ذخیره شده روی مجموعه‌ی خازن‌ها نیز برابر q است. اگر ولتاژ خازن‌ها به ترتیب $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ باشد، ولتاژ دو سر مدار برابر مجموع ولتاژ دو سر خازن‌هاست، در این حالت ظرفیت معادل از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:



$$q_T = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_n$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n, \quad V = \frac{q}{C}$$

$$\Rightarrow \frac{q_T}{C_T} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} + \dots + \frac{q_n}{C_n}$$

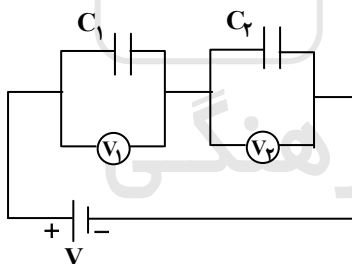
$$q = cte \Rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

- ظرفیت معادل خازن‌های متوالی از ظرفیت هر یک از خازن‌ها کم تر است.
- هرگاه دو خازن با ظرفیت‌های C_1 و C_2 را به طور متوالی به هم وصل کنیم، ظرفیت معادل برابر خواهد بود با:

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

- اگر n خازن مشابه که ظرفیت هر یک C است را به طور متوالی به هم ببندیم، ظرفیت معادل آن‌ها برابر خواهد بود با: $C_T = \frac{C}{n}$.

- در اتصال متوالی، ولتاژها به نسبت عکس ظرفیت‌ها در مدار توزیع می‌شوند، مثلاً برای اتصال متوالی دو خازن داریم:



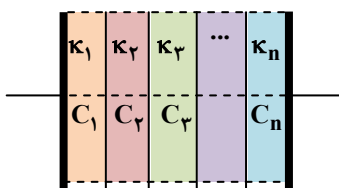
$$q_T = q_1 = q_2 \text{ و } C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \text{ و } q = CV$$

$$\begin{cases} C_T V_T = C_1 V_1 \\ C_T V_T = C_2 V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} V_1 &= \frac{C_T V_T}{C_1} \Rightarrow V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_T \\ V_2 &= \frac{C_T V_T}{C_2} \Rightarrow V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_T \end{aligned}$$

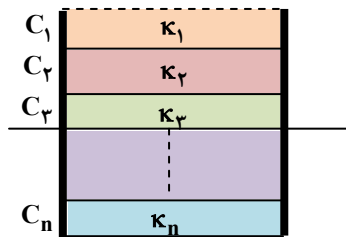
- در حالت سری انرژی ذخیره شده در خازن‌ها با ظرفیت خازن‌ها رابطه‌ی عکس دارد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ثابت } q \\ U = \frac{q^2}{2C} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{U_T}{U_1} = \frac{C_1}{C_T} \text{ و } \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2}$$

نکته: هرگاه فاصله‌ی میان صفحات خازنی توسط دی‌الکتریک‌هایی مطابق شکل پر شود، خازن به چند خازن که به صورت سری بسته شده‌اند تبدیل می‌شود.



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$



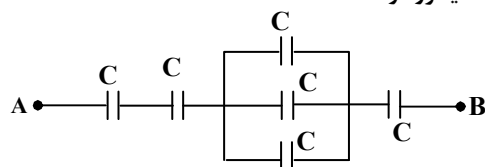
اگر دی الکتریک‌ها به صورت شکل زیر وارد شوند، خازن به چند خازن که به صورت موازی بسته شده‌اند تبدیل می‌شود:

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

به هم بستن مختلط

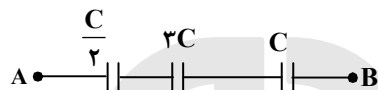
در این نوع به هم بستن در قسمتی خازن‌های موازی و در قسمتی دیگر خازن‌های متوالی داریم که برای بررسی این قسمت از اطلاعات مربوط به قسمت‌های قبل استفاده می‌کنیم.

مثال: در شکل مقابل خازن‌ها مشابه و ظرفیت کل $6 \mu F$ است. ظرفیت هر خازن چند میکروفاراد است؟



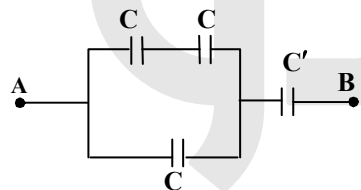
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲



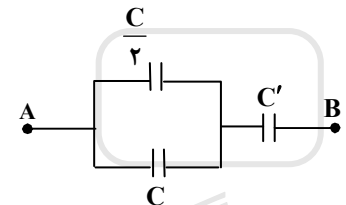
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{\frac{C}{2}} + \frac{1}{3C} + \frac{1}{C} = \frac{6+1+3}{3C} \Rightarrow C_T = \frac{3}{10}C = 6 \Rightarrow C = 2 \mu F$$

مثال: اگر در شکل مقابل ظرفیت معادل $\frac{3}{4}C'$ باشد، نسبت $\frac{C}{C'}$ کدام است؟



- ۲ (۱)
- $\frac{2}{3}$ (۲)
- $\frac{3}{2}$ (۳)
- $\frac{3}{4}$ (۴)

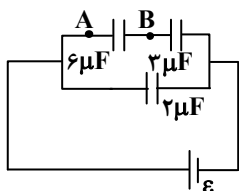
پاسخ: گزینه ۱



$$\Rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1}{\frac{3}{2}C} + \frac{1}{C'} \quad \text{و} \quad C_T = \frac{3}{4}C'$$

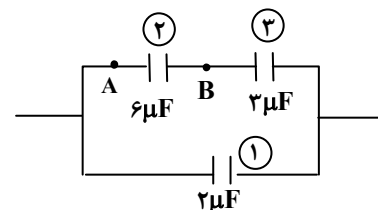
$$\Rightarrow \frac{\frac{3}{2}CC'}{\frac{3}{2}C + C'} = \frac{3}{4}C' \Rightarrow \frac{3}{2}CC' = \frac{3}{4}CC' + \frac{3}{4}C'^2 \Rightarrow \frac{3}{4}C'^2 = \frac{3}{4}CC' \Rightarrow C' = \frac{C}{2} \Rightarrow \frac{C}{C'} = 2$$

مثال: در شکل مقابل اگر بار خازن ۲ میکروفارادی برابر با $300 \mu C$ باشد. اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B چند ولت است؟



- ۴۵ (۱)
- ۵۰ (۲)
- ۹۰ (۳)
- ۱۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

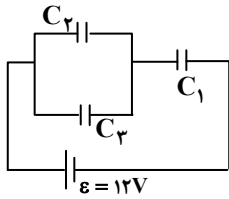


$$q_1 = C_1 V_1 = 300 \mu C \Rightarrow V_1 = 150 V$$

$$q_{23} = 2 \times 150 = 300 \mu C \quad \text{و} \quad q_{2,3} = q_2 = q_3$$

$$\Rightarrow 300 = q_2 \Rightarrow C_2 V_2 = 300 \Rightarrow V_2 = 150 V$$

مثال: سه خازن با ظرفیت‌های $C_1 = 1\mu F$ ، $C_2 = 2\mu F$ و $C_3 = 3\mu F$ مطابق شکل مقابل بسته شده‌اند. بار الکتریکی خازن C_2 چند



میکروکولن است؟

- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

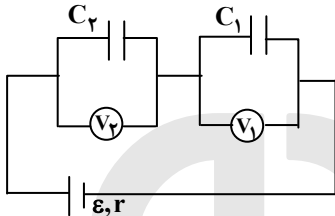
$$q_{2,3} = q_1 = q_{(2,3),1}$$

$$\Rightarrow C_{2,3}V_{2,3} = C_1V_1 \quad \text{و} \quad C_{2,3} = 5\mu F \Rightarrow 5V_{2,3} = V_1 \times 1$$

$$\Rightarrow V_T = V_{2,3} + V_1 \Rightarrow 12 = 6V_{2,3} \Rightarrow V_{2,3} = 2 \quad \text{ولت}$$

$$q_2 = C_2V_2 = 2 \times 2 = 4\mu C$$

مثال: در شکل مقابل دی الکتریک را از بین صفحات خازن C_1 بر می‌داریم، V_1 و V_2 به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟



(۱) افزایش - افزایش

(۲) افزایش - کاهش

(۳) کاهش - کاهش

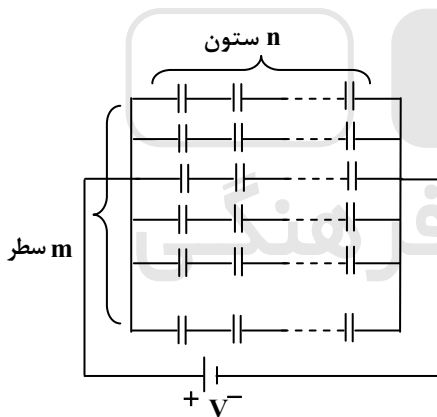
(۴) کاهش - افزایش

پاسخ: گزینه ۲

با برداشتن دی الکتریک ظرفیت خازن C_1 کاهش می‌یابد و چون V_1 و V_2 به نسبت عکس ظرفیت‌ها تقسیم می‌شوند، پس V_1 افزایش می‌یابد. از طرفی چون مجموع V_1 و V_2 مقدار ثابتی است، بنابراین V_2 کاهش می‌یابد.

نکته: فرض کنید خازن‌های مشابه‌ی که ظرفیت هر یک C است را در m سطر و n ستون مطابق شکل به هم متصل می‌کنیم. در این حالت در هر ردیف n خازن به طور متوالی قرار می‌گیرند. ظرفیت معادل هر ردیف $\frac{C}{n}$ است. حال m خازن به دست آمده با ظرفیت $\frac{C}{n}$ به صورت موازی

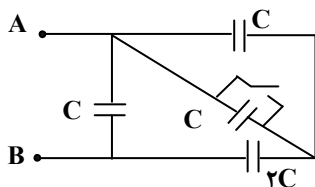
به هم متصل هستند. بنابراین ظرفیت معادل مجموعه برابر $\frac{m}{n}C$ می‌شود.



$$C_T = \frac{m}{n}C$$

نکته: اگر دو سر خازن یا مقاومتی را با سیم بدون مقاومتی به هم متصل کنیم، آن خازن و یا مقاومت و تمام خازن و یا مقاومت‌های موازی با آن از مدار حذف می‌شوند. اصطلاحاً می‌گویند که آن خازن و یا مقاومت اتصال کوتاه شده است.

مثال: در شکل مقابل اگر کلید را ببندیم، ظرفیت معادل بین دو نقطه‌ی A و B نسبت به حالتی که کلید باز است، چند برابر می‌شود؟

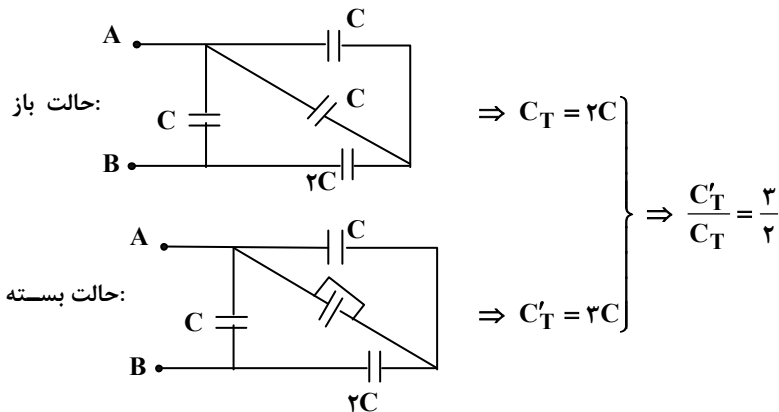


(۱) ۳

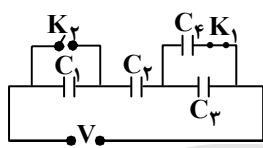
(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{5}{6}$



مثال: در مدار روبه‌رو همه‌ی خازن‌ها مشابه‌اند. اگر کلید K_1 را باز و کلید K_2 را ببندیم، بار خازن C_2 چند برابر حالت قبل می‌شود؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{2}{2}$
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) $\frac{5}{4}$

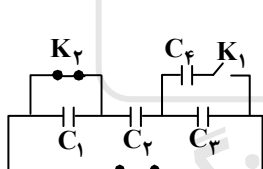
پاسخ: گزینه ۴

ابتدا بار خازن C_2 در حالتی که K_1 بسته و K_2 باز باشد را می‌یابیم:

$$q_2 = q_T = C_T V_T$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{2C} \Rightarrow C_T = \frac{2}{5}C \Rightarrow q_2 = \frac{2}{5}CV$$

حال بار خازن C_2 در حالتی که K_1 باز و K_2 بسته باشد را می‌یابیم: در این حالت C_1 و C_2 از مدار حذف می‌شوند.



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \Rightarrow C_T = \frac{C}{2}$$

$$q'_2 = C'_T V = \frac{C}{2} V \Rightarrow \frac{q'_2}{q_2} = \frac{\frac{C}{2} V}{\frac{2}{5} CV} = \frac{5}{4}$$

اتصال صفحه‌های خازن‌های پر شده به یکدیگر

دو خازن به ظرفیت‌های C_1 و C_2 را با ولتاژهای V_1 و V_2 شارژ می‌کنیم تا بارهای $q_1 = C_1 V_1$ و $q_2 = C_2 V_2$ در آنها ذخیره شود. پس از جدا کردن آن‌ها از مولد، صفحه‌های هم‌نام آن‌ها را به هم وصل می‌کنیم. نوع اتصال آنها موازی و ولتاژ مشترک دو سر آنها برابر خواهد بود با:

$$q_T = q_1 + q_2 \quad \text{و} \quad V = \frac{q}{C} \Rightarrow V = \frac{q_T}{C_T} = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

و در صورتی که صفحه‌های دارای بارهای ناهم‌نام را به هم وصل کنیم، ولتاژ مشترک دو سر آنها از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$q_T = |q_1 - q_2| \quad \text{و} \quad V = \frac{q}{C} \Rightarrow V = \frac{q_T}{C_T} = \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2} = \frac{|C_1 V_1 - C_2 V_2|}{C_1 + C_2}$$

در حالت کلی که دو خازن را به هم به صورت موازی بسته‌ایم:

$$V_T = \frac{q_T}{C_T} \Rightarrow \begin{cases} q_T = q_1 \pm q_2 \\ C_T = C_1 + C_2 \end{cases}$$

(-): صفحه‌های ناهم نام

(+): صفحه‌های هم نام

مثال: خازنی به ظرفیت $50\mu F$ توسط اختلاف پتانسیل 100 ولت شارژ شده است. این خازن را از منبع جدا کرده و دو سر آن را به دو سر یک

خازن خالی وصل می‌کنیم. اگر بار الکتریکی منتقل شده به این خازن جدید 10^{-3} کولن باشد، ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟

۳۵ (۴)

۲۵ (۳)

۱۷/۵ (۲)

۱۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$V' = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} = \frac{50 \times 100}{50 + C_2}$$

$$q' = C_2 V' \Rightarrow 10^{-3} \mu C = \frac{50 \times 10^3 C_2}{50 + C_2} \Rightarrow 50 \times 10^3 + 10^3 C_2 = 50 \times 10^3 C_2$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^3 C_2 = 50 \times 10^3 \Rightarrow C_2 = 12.5 \mu F$$

مثال: خازنی به ظرفیت C_1 را با ولتاژ V_1 و خازن دیگری با ظرفیت C_2 را با ولتاژ V_2 شارژ کرده‌ایم، سپس آنها را از منبع جدا کرده و دو سر

مشابه (همنام) را به هم وصل می‌کنیم. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن برابر با کدام است؟

$$\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \quad (۴)$$

$$\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{2(C_1 + C_2)} \quad (۳)$$

$$\frac{V_1 - V_2}{2} \quad (۲)$$

$$|V_1 - V_2| \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

مثال: خازن C_1 به اختلاف پتانسیل $100V$ و خازن $C_2 = 6\mu F$ به اختلاف پتانسیل $400V$ متصل‌اند. این دو خازن را پس از پر شدن از مولد

جدا کرده و صفحه‌های هم‌نام آنها به هم وصل می‌شوند. پس از اتصال، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه به $280V$ می‌رسد. ظرفیت خازن

C_1 چند میکروفاراد است؟

۵/۲۲ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۱۰/۷۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$V = \frac{q}{C} = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow 280 = \frac{100 C_1 + 6 \times 400}{C_1 + 6}$$

$$\Rightarrow 7C_1 + 42 = 2/5 C_1 + 60 \Rightarrow 4/5 C_1 = 18 \Rightarrow C_1 = 4\mu F$$



مؤسسه آموزشی فرهنگی